© positionen, 23/1995, S. 25-29

Pascal Decroupet

Rätsel der Zahlen-Quadrate

Funktion und Permutation in der seriellen Musik von Boulez und Stockhausen[*]

Um die Reihe vom Bereich der Tonhöhen auf die anderen Dimensionen des Klanges zu übertragen, und ihr somit eine integrale musikalische Bedeutung zu verleihen, entlehnt Boulez aus der Mathematik das Konzept der Funktion[1]. In einem Brief an Cage vom August 1951 heißt es:

»Es ist möglich, sich die Reihe, ganz allgemein, als eine Funktion der Frequenz f (F) vorzustellen, die auf die Funktionen der Zeit f (t), der Intensität f (i) usw. übertragen wird, wobei sich nicht die Funktion, sondern lediglich die Variable ändert; kurzum kann eine serielle Struktur global definiert werden als Ψ[f (F), f (t), f (i), f (a)].

Algebraische Symbole werden verwendet, um die verschiedenen Phänomene auf kürzestem Wege zu konkretisieren, nicht im Hinblick auf eine wirkliche algebraische Mengenlehre der Musik.«[2]

Die Symbolisierung der Töne durch Zahlen soll also der einheitlichen Handhabung aller Dimensionen dienen, für die vergleichbare, als chromatisch deklarierte Skalen aufgestellt werden.

Einen weiteren Aspekt der Funktion überträgt Boulez auf die Herstellung der Reihentabelle, indem die Transpositionsfolge die Funktion selbst abbildet[3] (Bsp. 1).

Beispiel 1: Boulez: Grundreihen zu *Structures I* und zur ersten *Etude de musique concrète*

Structures I

es	d	a	as	g	fis	e	cis	c	b	f	h
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	8	4	5	6	11	1	9	12	3	7	10
3	4	1	2	8	9	10	5	6	7	12	11
4 usw.											

Etude concrète I

c	f	d	es	a	b	e	h	fis	gis	cis	g
1	6	3	4	10	11	5	12	7	9	2	8
6	11	8	9	3	4	10	5	12	2	7	1
3	8	5	6	12	1	7	2	9	11	4	10
4 usw.											

Die Tabelle stellt somit eine Funktion von Funktionen dar, die sich unmittelbar im Werk, der *Structure Ia*, niederschlägt, wobei Originalfunktion und Umkehrung miteinander verknüpft werden: Im Klavier I folgen die Transpositionen der Funktion der Hierarchie der Umkehrung, im Klavier II die Transpositionen der Umkehrung der Hierarchie der Funktion.

Der kompositorische Grundgedanke besteht also in der Projektion der Funktion auf die verschiedenen

* Das Studium der Skizzen von Boulez und Stockhausen wurde dankenswerterweise durch ein Stipendium der Paul Sacher Stiftung Basel ermöglicht.

1 Eine zentrale Stellung nimmt der Begriff der Funktion in den folgenden Aufsätzen von Boulez aus den Jahren 1951-52 ein: *Schönberg ist tot*, in: *Anhaltspunkte*, Kassel/München: Bärenreiter/dtv, 1979, S. 288-296; *Bach als Kraftmoment*, op. cit., S. 60-78; *Möglichkeiten*, in: *Werkstatt-Texte*, Berlin/Frankfurt am Main: Ullstein, 1972, S. 22-52.

2 übersetzt nach Pierre Boulez, *John Cage, Correspondance et documents*, Winterthur: Amadeus, 1990, S. 162.

3 vgl. die kompletten Zahlentabellen in *Correspondance et documents*, S. 160.

4 Lev Koblyakov, *Pierre Boulez. A World of Harmony*, Chur/London u.a.: harwood academic publishers, 1990, S. 10-18.

5 vgl. die geometrischen Darstellungen in *Correspondance et documents*, S. 159 und in: *Möglichkeiten*, a.a.O., S. 29.

Ebenen der Komposition, von den einzelnen Dimensionen bis hin zur Form, wobei die Ausfaltung gerade durch den übergeordneten Gedanken der Isomorphie gesteuert wird. In der sogenannten Multiplikationstechnik, die seit *Le marteau sans maître* zum festen Bestand der Boulezschen Verfahren zählt, werden Teilfunktionen systematisch miteinander gekreuzt; durch die Lokalisierung der Funktionsbesonderheiten entstehen Regionen mit spezifischen harmonischen Charakteristika, die wahlweise vom Komponisten hervorgehoben werden können (z.B. im dritten Satz von *Le marteau* durch horizontale Lesart in den Tabellen, was eine Aufeinanderfolge von Klängen mit einem gemeinsamen Faktor bedeutet) oder auch nicht (bei Querlesart mit eventueller zusätzlicher Schichtung der Abläufe im ersten und siebten Satz von *Le marteau*). Die Auswahlsystematik der durch Multiplikation gewonnenen Klangblöcke wurde von Lev Koblyakov dargestellt[4].

In den Tabellen der vor der weiteren Ausarbeitung des ersten Bandes der *Structures* entstandenen *Konkreten Etüden* zeichnet sich eine zusätzliche Systematisierung der seriellen Methode ab. Eine besondere Bedeutung kommt hierbei der Grundform der Reihe zu: Hatte Boulez in den Tabellen zu den *Structures* die Töne noch nach Wiener bzw. Leibowitzscher Manier von 1 bis 12 in der Reihenfolge ihres Erscheinens numeriert (und die so erhaltenen Bezeichnungen pro Ton für die weiteren Transpositionen beibehalten), so trägt er in der ersten *Etude concrète* die chromatische Hierarchie in die Reihe selbst hinein. Er operiert fortan also mit einem absoluten Referenzpunkt, in der Geometrie »Nullpunkt« genannt (Bsp. 2).[5]

Beispiel 2: Stockhausen: *Konkrete Etüde* (Verschiebung durch Initialposition – erstes Dauernquadrat)

3	1	2	5	4	6	3	1	2	5	4	6
2						2	5	4	5	3	1
	2					1	2	5	4	6	3
				2		4	6	3	1	2	5
			2			6	3	1	2	5	4
					2	5	4	6	3	1	2

In der *Structure Ib* verabschiedet sich Boulez von der Darstellung der Funktion im Werk, da er die Zahlentabellen entweder nach Querlesarten durchschreitet[6] oder die Reihe asymmetrisch in 5+7 aufteilt, bei unabhängiger Leserichtung der so festgelegten Reihensegmente. Am bedeutendsten für die weitere Entwicklung der seriellen Kompositionstechnik ist aber die Tatsache, daß er den Zahlen der Reihentabelle eine neue Aufgabe zuweist: Sie werden nämlich als Werte verstanden und beziehen sich neben den Dauern, wo sich der Wert bislang alleine nur ablesen ließ, nunmehr auch auf die Anzahl der Töne, die unter einer gleichen Vorschrift (z.B. in Dynamik oder Anschlag) zusammengefaßt werden. Dies entspricht dem, was Stockhausen »Gruppe« nennt. Die Gruppe ist zunächst lediglich ein Dichtefaktor und bezeichnet als Terminus technicus in Stockhausens Skizzen die variable Menge von Elementen, die auf der nächsthöheren Ebene als eine Einheit behandelt werden. Die Natur dieser Elemente ist damit noch nicht bestimmt: Es kann sich dabei um einzelne Töne, um Teiltöne, um Klänge, um Dauern oder um etwas anderes handeln, das in der späteren Ausarbeitung als vereint erscheinen soll. Und gerade auf diese einheitliche Erscheinung stützt sich die zum Maßstab gewordene Definition[7], bei der der Blick von außen nach innen gerichtet ist.

II

Zahlenmäßig erscheint die Transposition als nichts anderes als eine erste Permutationsform der Reihenzahlen, bei der das Fortschreitungsmodell, sprich: die Intervallfolge von Position zu Position, stets isomorph zur ursprünglichen Funktion ist. In einem zweiten Permutationsverfahren, das Boulez im Vorfeld zu *Le marteau sans maître* entwickelt, dient die Funktion in Verbindung mit der chromatischen Hierarchie der Reihentöne als Verschiebungsfaktor ihrer Konstituenten von Zeile zu Zeile[8]. Zwischenstufen lassen sich aus dem Zahlenmaterial zu Stockhausens *Konkreter Etüde* herauslesen. In einem ersten Verfahren wird die Zahl, deren Position durch die erste Zahl der Grundreihe bestimmt ist, gemäß den folgenden Positionsbestimmungen entlang der Funktion verschoben[9]; entsprechend dieser

6 Tabellen auch in Querrichtungen zu lesen, ist eine Besonderheit von Boulez. Stockhausen beschränkt sich ausschließlich auf die horizontalen und vertikalen Leserichtungen, deren Charakteristika durch die Ableitungstechniken kontrollierbar sind..

7 Karlheinz Stockhausen, *Gruppenkomposition*, in: *Texte 1*, Köln: DuMont, 1962, S. 63.

8 Georg Friedrich Haas, *Disziplin oder Indisziplin?*, in: *Musiktheorie* 5/3 (1990) S. 271-273.

9 Richard Toop, *Stockhausen's Electronic Works: Sketches and Work-Sheets from 1952-1967*, in: *Interface 10* (1981) S. 160.

10 Richard Toop, art.cit., S. 162-163; *Last sketches of eternity: The first versions of Stockhausen's Klavierstück VI*, in: *Musicology Australia* 24 /1991) S. 13 u. 17.

11 Karlheinz Stockhausen, *Aktuelles*, in: *Texte 2*, Köln: DuMont, 1964, S. 54.

12 Der Zirkel – der Begriff stammt aus den Skizzen Stockhausens – tastet die Reihe mit einem konstanten Intervall ab.

13 Mit »Index« wird hier die erste Zahl eines Zirkels bezeichnet.

14 In den Proportionsreihen, die Stockhausen am Ende von Zeitmaße und in Gruppen verwendet, wird zwar auch das Verhältnis

Verschiebung erscheint die Funktion in den fünf möglichen zyklischen Permutationen bzw. Rotationen (Bsp. 2). In einem zweiten Schritt wendet Stockhausen das Verschiebungsgesetz auf alle Positionen der Grundreihe an, indem mittels jeder Zahl der Grundreihe die Position einer zu verschiebenden Zahl ermittelt wird (Bsp. 3).

Beispiel 3: Stockhausen: *Konkrete Etüde* (Verschiebung aller Zahlen – zweites Dauernquadrat)

3	1	2	5	4	6	3	1	2	5	4	6	3	1	2	5	4	6
	3									1		2	3	6	4	1	5
				3					1			6	2	5	1	3	4
			3								1	5	6	4	3	2	1
					3			1				4	5	1	2	6	3
		3				1						1	4	3	6	5	2

In Boulez' zweitem Permutationsverfahren wird nun die erste Zahl nicht als Positionsbestimmung, sondern direkt als zu verschiebende Zahl gelesen. Der Verschiebungsfaktor für jede Zeile wird durch das Intervall zu allen folgenden Positionen der Funktion errechnet. Das Resultat ist ein Quadrat mit Lücken und Zahlengruppierungen. Diese Lücken hat Boulez stets hörbar gemacht, sei es auf der Ebene der einzelnen Klangereignisse durch Schlagzeugklänge im Zyklus *Bourreaux de solitude* aus *Le marteau sans maître* oder auf der Ebene der Form durch Pausen zwischen den Abschnitten im ersten (unveröffentlichten) Satz, *Antiphonie*, der dritten Klaviersonate. Stockhausen mißt diesen Lücken keine gesonderte Bedeutung bei: Entweder dient ihm das Verfahren zur Regelung der Dichte pro Anschlag (*Klavierstück I* – Bsp. 4) oder aber lediglich als Permutationsschema für eine ununterbrochene Zahlenfolge (*Studie I* und *Klavierstück VI*)[10].

Beispiel 4: Stockhausen: *Klavierstück I* (erstes Tonhöhenquadrat - die Hexachorde c-f und fis-h entsprechend abwechselnd den Zahlen 1-6)

Grundreihe:	d	es	f	des	c	e
	3	4	6	2	1	5

Ableitung des Quadrats:

chrom. steigende Skala	3	4	5	6	1	2	Grundreihe vertikal
Grundreihe horizontal	3	4	6	2	1	5	3
		3					4
				3			6
						3	2
					3		1
			3				5

resultierendes Quadrat:

3	4	6	2	1	5	(d-es-f-des-c-e)
-	3	2/1	4/5	6	-	(as-g/fis-a/b-h)
2/1	-	-	3/6	5	4	(des/c-d/f-e-dis)
5	6/1	-	-	4/2	3	(b-h/fis-a/g-gis)
-	-	4/5	1	3	6/2	(dis/e-c-d-f/des)
4/6	2/5	3	-	-	1	(a/h-g/b-as-fis)

zwischen zwei aufeinanderfolgenden Abschnitten oder Gruppen bestimmt, doch handelt es sich immer noch um ein Verhältnis zwischen Größen in einer festen Skala.

15 Herman Sabbe, *Die Einheit der Stockhausen-Zeit…*, Musik-Konzepte 19 (1981) S. 9-10.

III

In den nachfolgenden Jahren vermischt Stockhausen in seinen Reihentabellen zunehmend die Prinzipien der Funktion von Funktionen und der Permutation, wobei sich die Permutationsverfahren vervielfältigen, bis sie sich endlich in der »statistischen Reihenpermutation«[11] auflösen.

Ein erstes Verfahren besteht im Durchschreiten der Reihe nach variablen Zirkeln[12], wobei jede zweite, dritte, vierte usw. Zahl aus einer endlosen Funktionsschleife herausgelöst wird – eines der Verfahren, die Alban Berg in *Lulu* anwandte. Ein besonders klares Beispiel bieten die Grundquadrate für den zweiten Zyklus der *Klavierstücke* (Bsp. 5).

Beispiel 5 (a und b): Stockhausen: *Klavierstücke V-VIII*, Grundquadrate

a.	261435	645213	156324	423651	312546	534162
	645213	5	3	5	6	5
	156324	1	1	3	4	5
	423651	6	3	4	5	5
	312546	5	1	5	2	5
	534162	1	3	3	1	5

b.	261435	645213	156324	423651	312546	534162
	645213	516423	345621	543612	615432	546231
	156324	142653	134625	312546	415326	512463
	423651	624153	312546	462531	534162	513642
	312546	561243	126543	534162	234516	564321
	534162	125463	365142	324156	136452	526143

Das erste Quadrat wird nach dem Prinzip der Funktion von Funktionen abgeleitet und jede Zeile wird sodann zum Ausgangspunkt eines neuen Quadrats. Vertikale und horizontale Ableitungsmechanismen werden in den folgenden Quadraten unabhängig voneinander gehandhabt. Für die erste Spalte (die im ersten Quadrat die Funktion, also einen Zirkel 1 abbildet) gilt von Quadrat zu Quadrat ein ständig größer werdender Zirkel von 2 bis 6 (Bsp. 5a). Die Gesetzmäßigkeiten für die Ableitung der weiteren Zeilen gehen auf eine Analyse des ersten Quadrats zurück, welches unter dem Blickwinkel regelmäßiger Zirkel gedeutet wird. Für die jeweiligen Zeilen ergeben sich die Regeln:

2. Zeile: Zirkel 2 von links nach rechts, Indexwechsel von rechts nach links;[13]

3. Zeile: Zirkel 3 von links nach rechts, Indexwechsel von rechts nach links;

4. Zeile: Zirkel 3 von rechts nach links, Indexwechsel von links nach rechts;

5. Zeile: Zirkel 2 von rechts nach links, Indexwechsel von links nach rechts;

6. Zeile: Zirkel 1 von rechts nach links, was dem Krebs der Reihe entspricht und somit als Gegenstück zur Funktion selbst, der ersten Zeile, gilt.

Die symmetrische Anlage dieser Regeln spiegelt ein Merkmal der Grundreihe selbst wider, die eine symmetrische Allintervallreihe ist. Aus dieser Besonderheit resultieren weitere Symmetrien wie die Krebstranspositionen zwischen dem 2. und 6. bzw. dem 3. und 5. Quadrat (Bsp. 5b).

Die Grundquadrate von *Studie II* (Bsp. 6) zeigen gewisse Ähnlichkeiten mit jenen der gleichzeitig geplanten *Klavierstücke*.

Beispiel 6 (a und b): Stockhausen: *Studie II*, Grundquadrate

a.	35142	52314	13425	41253	24531
	52314	35214	23451	32541	23145
	13425	4	3	5	2
	41253	2	5	2	2
	24531	1	4	1	2

b.	35142	52314	13425	41253	24531
	52314	35214	23451	32541	23145
	13425	43521	35421	51342	23451
	41253	25341	52143	21543	21435
	24531	13542	43521	14523	21543

Während die jeweils ersten Zeilen (entsprechend dem ersten Quadrat) und Spalten nach dem Prinzip der Funktion von Funktionen bzw. des steigenden Zirkels abgeleitet sind, läßt sich für die Gewinnung der weiteren Zahlen kein einheitliches Verfahren ausmachen. Ein Großteil der Zeilen in den abgeleiteten Quadraten ist durch Rotation auf die Zahlenreihen des ersten Quadrats zurückzuführen. Dabei ergibt sich jedoch keine Regelmäßigkeit, die auf ein System schließen ließe. Die jeweils zweite Zeile aller Quadrate (Bsp. 6a) folgt einer am Zirkelprinzip angelehnten Regel, da parallel zur Vergrößerung des Zirkels auch die Anfangsposition der Rotation jeweils um eine Spalte fortschreitet. Im 2. Quadrat z.B. werden die Zahlen der ersten Spalte durch einen Zirkel 2 festgelegt; daran schließt sich die Grundreihe des Quadrats von der ersten bis zur letzten Position an, wobei die bereits vorhandene Zahl 3 ausgefiltert wird; im 3. Quadrat gilt der Zirkel 3 und die Grundreihe folgt in einer Rotation ausgehend von der 2. Position usw. Doch auch dieses Prinzip wird für die Ableitung der weiteren Zeilen nicht beibehalten.

Alles in allem verwischen sich die Ableitungsprinzipien zunehmend. Zwar dient das Prinzip der Funktion von Funktionen meist als erste Vervielfältigungsebene, doch stehen die weiteren Zahlen in den Quadraten in einem immer lockereren Verhältnis zur Ausgangsreihe. Ein gemeinsames Merkmal der mehr oder minder systematischen Permutationen in den vorangegangenen Beispielen ist die Häufung von Wiederholungen in den Spalten der Quadrate, die bei strikt an der Funktion angelehnten Permutationsverfahren nicht auftreten. Aus diesem Grunde liest Stockhausen die neueren Quadrate auch nur noch horizontal und nicht mehr in den verschiedenen orthogonalen Richtungen, wie es in *Studie II* oder den *Klavierstücken I* und *VI* der Fall ist.

Was Stockhausen an den nach verschiedenen Arten permutierten Quadraten beobachtet, nämlich die Aufhebung des Fortschreitungsmodells, das für die Funktion typisch ist, realisiert er in überschaubaren Kontexten durch kleine Umstellungen gegenüber der Funktionstransposition (Bsp. 7).

Beispiel 7: Stockhausen: *Gesang der Jünglinge*, Dauern in den Abschnitten A und B

A:

Grundform 7 4 5 3 2 6 1/ 1 5 6 4 3 7 2
x x
Permutation 1 6 5 3 4 7 2

B: (unterstrichene Zahlen werden ans Ende verschoben)

Grundform 6 3 4 2 1 5 7/ 2 6 7 5 4 1 3/ 2 6 7 5 4 1 3/
x x x
Permutation 6 2 7 1 4 3 5/ 2 7 6 5 1 3 4/
Grundform (Folge) 2 6 7 5 4 1 3

	x			- - x - -			
Permutation	1	5	3	4	6	2	7

Das Ziel ist die Unterbindung von augenscheinlichen Isomorphien, was nicht unbedingt nach einem riesigen Permutationsapparat verlangt, da kleine Eingriffe ebenfalls zufriedenstellende Resultate herbeiführen können.

V

Fast bis zum Ende der fünfziger Jahre bezeichnen die Zahlen in seriellen Tabellen Positionen in Skalen, sowohl in Skalen zu den Klangdimensionen (Höhe, Dauer, Lautstärke, Anschlagsart bzw. Klangfarbe) als auch in Skalen von Parametern (Dichte, Lage, Charaktersituation usw.). In den Skizzen zu *Kontakte* beziehen sich die Zahlen erstmals nicht mehr auf einzelne Situationen (Punkte oder Felder), sondern auf deren Beziehungen zueinander[14]. In der Tat ordnet Stockhausen die möglichen Situationen, die in jedem Parameter auftreten können nicht länger nach einer »chromatischen« Skala, sondern koppelt die Situationen immer paarweise aneinander und bestimmt das Intervall zwischen ihnen anhand der Zahl von Veränderungen, die zum Übergang von der einen zur anderen nötig sind. Chiffriert wird der »Veränderungsgrad«, sowohl in jedem Parameter als auch in deren Summe, die den Gesamtveränderungsgrad von einem »Moment« bzw. »Teilmoment« zum nächsten bezeichnet. Die arithmetische Addition der Veränderungen zum Gesamtveränderungsgrad erinnert entfernt an Karel Goeyvaerts Prinzip der »synthetischen Zahl«[15], wo ebenfalls abstrakte Wertigkeiten (im Sinne der Chemie) addiert werden, die je nach Dimension eine spezifische Ausgestaltung erfahren. Für *Kontakte* wählt Stockhausen eine chromatisch steigende Reihenform zu sechs Elementen, die je nach Parameter und Quadrat unterschiedlich gefiltert wird (Bsp. 8).

Beispiel 8: Stockhausen: *Kontakte*, Skalen für Veränderungsgrade mit fester Parameterfolge

Raum	123456	123456	123456	123456	123456	123456
Intensität	112345	123456	123456	123456	123456	123456
Form	111234	112345	123456	123456	123456	123456
Lage	111123	111234	112345	123456	123456	123456
Geschwindigkeit	111112	111123	111234	112345	123456	123456
Instrumentation	111111	111112	111123	111234	112345	123456

Die resultierenden Summen ergeben sechs verschiedene Skalen, die allesamt logarithmisch-ähnlich verlaufen, was bedeutet, daß der nächsthöhere Veränderungsgrad innerhalb einer Skala nicht durch eine einzige Veränderung erreicht wird (in Zahlen: von x zu x+1), sondern durch eine jeweils steigende Zahl von steigenden Veränderungsgraden, wobei die Hierarchie der Parameter die Rolle der Filtersteuerung übernimmt. Von Quadrat zu Quadrat beschleunigt sich die Progression: 6-7-9-12-16-21 / 6-8-11-15-20-26 / 6-9-13-18-24-30 usw.

Diese Veränderungsgrade werden einem Quadrat gemäß permutiert, das abermals auf das Prinzip der Funktion von Funktionen zurückgreift – mitsamt eines zweiten auf dem Krebs der Ausgangsreihe (Bsp. 9) – und an Dauernwerte gekoppelt (Bsp. 10).

Beispiel 9: Stockhausen: *Kontakte*, Grundquadrate für Veränderungsgrade

1	4	3	5	2	6		6	2	3	5	4	1
4	1	6	2	5	3		2	4	5	1	6	3
3	6	5	1	4	2		3	5	6	2	1	4
5	2	1	3	6	4		5	1	2	4	3	6
2	5	4	6	3	1		4	6	1	3	2	5
6	3	2	4	1	5		1	3	4	6	5	2

Beispiel 10: Stockhausen: *Kontakte*, Kopplungsverfahren zwischen Dauern und Veränderungsgraden (für die ersten sechs Reihenformen)

Veränderungsgrade	143526	416253	365142	521364	254631	632415
Dauern	634251	153642	621453	312546	462513	632415

Kopplung:

Kopplungsverfahren pro Dauernwert: (vgl. Veränderungsgrade)

6	1		2		3		4		5		6	
		x				x				x		
5	2		1		4		3		6		5	
				x				x				
	2		4		1		6		3		5	2
		x				x				x		
	4		2		6		1		5		3	4
				x				x				
3	4		6		2		5		1		3	
		x				x				x		
1	6		4		5		2		3		1	

Bei diesem Kopplungsverfahren gilt ein Wiederholungsverbot der Verbindungen von Veränderungsgrad und Dauer, weshalb die Dauernreihen sich nicht zu einem geschlossenen Quadrat zusammenfügen, sondern nur in ihrer Beziehungen zu den bereits festgelegten Veränderungsgraden zu betrachten sind. Die erste Zahl, die »6«, wird jeweils mit den Veränderungsgraden 1 bis 6 verbunden (wohl in Anlehnung an die Ausgangsform für die Veränderungsgrade). Aus dieser Reihe ergeben sich durch paarweise Umstellungen alle anderen Zuordnungen. Im ersten Abschnitt ergibt die Summe von Dauer- und Veränderungsgradindex jeweils den Wert »7«, und im letzten Abschnitt sind die beiden Reihenformen, für Veränderungsgrad und Dauer, identisch. Um die Funktionsparallelismen zwischen den Abschnitten aufzulösen, werden die Dauern ein weiteres Mal permutiert und/oder rotiert, bevor die der Komposition zugrundeliegende Dauernfolge erhalten wird (Bsp. 11).

Beispiel 11: Stockhausen: *Kontakte*, endgültige Dauernfolge der Teilmomente

Dauernreihe	143526	416253	365142	521364	254631	632415
Permutation		412635	261543		526431	
Rotation	435261	635412	432615	631254	134625	651423

Dieses letzte Beispiel zeigt, daß, je weiter Stockhausen fortschreitet, seine Verfahren immer pragmatischer werden. Das Ziel einer gewissen Asymmetrie alleine zählt, nicht der Weg dieses zu erreichen (ob über ein einziges, mehr oder weniger komplexes Permutationssystem oder über kleinere Eingriffe in eine zunächst regelmäßige Struktur). Das erklärt auch, wieso die sechs Dauernreihen sich auf vier Fortschreitungsmodelle reduzieren (die sechste ist eine Transposition der ersten, die vierte eine Umkehrung der zweiten), obwohl jede Reihenform auf andere Weise aus der Funktion abgeleitet ist. Diese Verwandschaften treten jedoch nicht unmittelbar hervor und beeinträchtigen somit weder das Prinzip noch das Resultat.